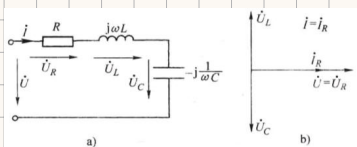


四 谐振、互感及 三相交流电路

电路的谐振现象分析

谐振：某些特定电源频率下，入端阻抗或导纳的虚部为0。

串联谐振



$$Z = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} = R + j(X_L - X_C) = R + jX$$

发生串联谐振的条件： $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

谐振角频率 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

发生谐振时 ① 总电抗 $X = 0$,

$$X_L = X_C = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho \quad \sim \text{特性阻抗}$$

② 电感电压 = 电容电压

$$\Rightarrow \dot{U}_L = j\omega_0 L \dot{i} = j\rho \dot{i}$$

$$\dot{U}_C = -j\frac{1}{\omega_0 C} \dot{i} = -j\rho \dot{i}$$

$$\dot{U}_R = R \dot{i}$$

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U}}{R}$$

③ 阻抗 $Z \min$, $I_0 \max$

若 R 很小, I_0 会很大, $\therefore U_L$ 和 U_C 会比外加电压大

$$\text{定义品质因数 } Q = \frac{P}{P_R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Q = \frac{P}{P_R} = \frac{I_0 P}{I_0 R} = \frac{U_C}{U_R} = \frac{U_L}{U_R}$$

Q 大 $\Rightarrow U_L$ 和 U_C 比 U 大很多

④ U_L 和 U_C 可能很大, 而输入到串联电路的无功量为 0
 ∵ 感性无功电压与容性抵消。

串联谐振又叫电压谐振

⑤ 当电路发生串联谐振时, 电路储存于电感中的磁场能与储存于电容元件中的电场能之间进行能量交换。设外施电压为 $u = U_m \sin \omega_0 t$, 则在串联谐振时, 电路中电感电流和电容电压分别为

$$i_L = \frac{U_m}{R} \sin \omega_0 t = I_m \sin \omega_0 t$$

$$u_C = \frac{I_m}{\omega_0 C} \sin(\omega_0 t - 90^\circ) = -U_{Cm} \cos \omega_0 t$$

此时电感储存的磁场能为

$$W_L = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L I_m^2 \sin^2 \omega_0 t$$

电容储存的电场能为

$$W_C = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2} C U_{Cm}^2 \cos^2 \omega_0 t$$

由 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 可得

$$L I_m^2 = L (\omega_0 C U_{Cm})^2 = C U_{Cm}^2$$

可见磁场能与电场能的最大值是相等的。电磁场能量的总和

$$W = W_L + W_C = \frac{1}{2} L I_m^2 \sin^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} C U_{Cm}^2 \cos^2 \omega_0 t$$

$$= \frac{1}{2} C U_{Cm}^2 = \frac{1}{2} L I_m^2$$

当电路发生串联谐振时, 电场能量与磁场能量是随时间变化的, 它们的变化波形如图 4-1-2 所示, 可见在任一时刻串联电路中电磁场能量等于 常量。当电场能量增加时, 磁场能量就减少相应的数值, 反之亦然。这说明电感与电容之间时刻发生着电能转换过程。

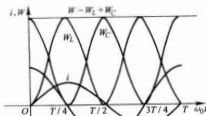


图 4-1-2

并联谐振

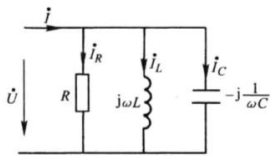
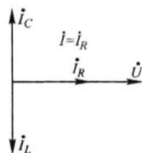


图 4-1-4



$$Y = \frac{1}{R} - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)$$

发生并联谐振的条件: $\frac{1}{\omega L} = \omega C$ 感纳与容纳相等, $B_L = B_C$

入端 U 与 i 相位相同

并联谐振的角频率 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

发生谐振时 ① 入端电流 $i = YU = \frac{1}{R}U$

$$I_R = \frac{1}{R}U = I$$

$$I_L = -j\omega_0 L U$$

$$I_C = j\omega_0 C U$$

② 外加 U 不变, 流入 I min

L 上无功电流 I_L 幅值与 C 上相等, $\phi = 180^\circ$ 电流谐振

若并联电路中为 G , 则 $Y = 0$, $Z \rightarrow \infty$, 入端电流 $i = 0$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} Q &= \frac{\omega C}{G} = \frac{1}{\omega \cdot LG} = \frac{1}{G} \sqrt{\frac{C}{L}} \\ &= \frac{I_C}{I_R} = \frac{I_L}{I_R} \end{aligned}$$

在工程实际应用中, 线圈通常总包含有电阻, 因此电感线圈与电容的并联电路可等效为图 4-1-5 所示的电路。对于这种电路的谐振现象进行分析比较具有实际意义。该电路的入端导纳为

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C \\ &= \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} - j \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} + j\omega C \end{aligned}$$

电路发生谐振的条件是导纳的虚部为零, 即

$$\omega C = \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$$

由此式可解得谐振角频率为

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{L - CR^2}{L^2 C}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{CR^2}{L}}$$

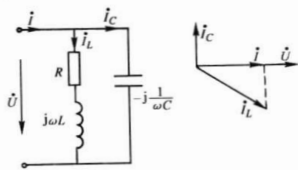


图 4-1-5

$R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}$ 时, 角频率接近 $\frac{1}{\sqrt{LC}}$

$R > \sqrt{\frac{L}{C}}$ 时, 该电路在任何频率下都不会谐振 避免谐振?

由电感和电容经串并联方式组合而成的电路在实际应用中经常要碰到, 此类电路在无源滤波网络中被广泛应用。图 4-1-6 画出了由电电容组成的两种串并联电路。对图 4-1-6a 电路进行分析, 可写出此时电路的入端阻抗为

$$\begin{aligned} Z &= j\omega L_1 + \frac{(j\omega L_2) \left(-j \frac{1}{\omega C} \right)}{j\omega L_2 - j \frac{1}{\omega C}} \\ &= j\omega L_1 - j \frac{L_2/C}{\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}} \end{aligned}$$

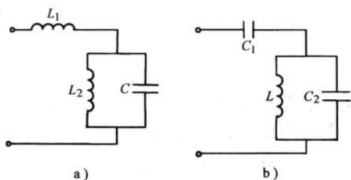


图 4-1-6

由入端阻抗的表达式可看出, 电感 L_2 与电容 C

的并联电路在 $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$ 时会发生并联谐振,

此时并联电路的阻抗趋于无穷大, 因此整个电路的阻抗也为无穷大, 电路相当于开路状态。

$\omega > \omega_1$ 时, 呈容性, 将在 ω_2 时发生 L_1 与 $L_2 C$ 串联谐振

$$\omega_2 L_1 = \frac{L_2/C}{\omega_2 L_2 - \frac{1}{\omega_2 C}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2 C} + \frac{1}{L_1 C}} \Rightarrow \text{此时 } Z = 0$$

对于(b), 同样可分析 w_2 与 w_1 , 且 $w_2 < w_1$.

互感耦合电路

自感 $L_1 = \frac{N_1 \Phi_{11}}{i_1} = \frac{\Psi_{11}}{i_1}$ Ψ_{11} 自感磁链

互感磁链 $\Psi_{21} = N_2 \Phi_{21}$

互感系数 $M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1} \text{ (H)}$

漏感系数 $L_{10} = \frac{N_1 \Phi_{10}}{i_1}$

$\Phi_{11} = \Phi_{21} + \Phi_{10}$

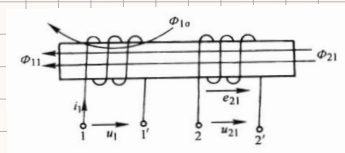
同样地, $L_2 = \frac{N_2 \Phi_{22}}{i_2} = \frac{\Psi_{22}}{i_2}$

$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_2} = \frac{N_1 \Phi_{12}}{i_2}$

$L_{20} = \frac{N_2 \Phi_{20}}{i_2}$

$\Phi_{22} = \Phi_{12} + \Phi_{20}$

对于两相对静止线圈, $M_{12} = M_{21} = M$



一般可用耦合系数 K 来衡量两个线圈之间的耦合程度。耦合系数 K 定义为

$$K^2 = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_{11}} \frac{\Phi_{12}}{\Phi_{22}} = \frac{\Psi_{21}}{\Psi_{11}} \frac{\Psi_{12}}{\Psi_{22}} = \frac{M^2}{L_1 L_2}$$

即有

$$K = \sqrt{\frac{M^2}{L_1 L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

对于实际的耦合电路, 由于总是存在着漏磁通, 因此其耦合系数 K 总是小于 1。只有当两个线圈完全紧密地耦合在一起时, 耦合系数才接近于 1。

下面来考虑由于互感现象而产生的感应电势的性质。在图 4-2-1 中, 选择磁通 Φ_{21} 的参考方向与线圈 2 中的电势 e_{21} 、电压 u_{21} 参考方向符合右手螺旋法则, 线圈 2 的匝数为 N_2 , 则由电磁感应定律可知, 线圈 2 中的感应电势 e_{21} 为

$$e_{21} = -N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}$$

线圈 2 中的电压 u_{21} 为

$$u_{21} = -e_{21} = M \frac{di_1}{dt}$$

根据同样分析, 如果线圈 2 中通过电流 i_2 , 则由 i_2 电流产生的互感磁通也会在线圈 1 中产生感应电势。如果所取方向使得磁通 Φ_{12} 、线圈 1 中感应电势 e_{12} 及电压 u_{12} 参考方向符合右手螺旋法则, 则线圈 1 中由 i_2 变化而产生的互感电势与互感电压分别为

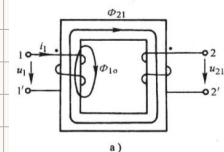
$$e_{12} = -N_1 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_{12} = -e_{12} = M \frac{di_2}{dt}$$

对于正弦交流电流, 线圈中互感电压与电流之间的关系可用相量表达式表示为

$$\begin{cases} \dot{U}_{21} = j\omega M \dot{I}_1 = jX_M \dot{I}_1 \\ \dot{U}_{12} = j\omega M \dot{I}_2 = jX_M \dot{I}_2 \end{cases} \quad (4-2-3)$$

式中, $X_M = \omega M$ 称为互感电抗。

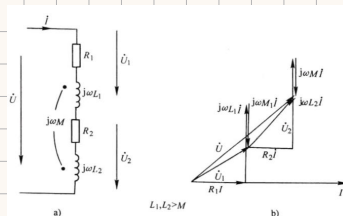
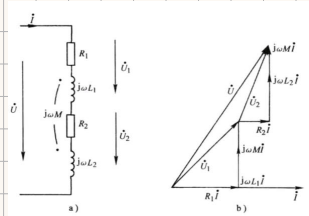


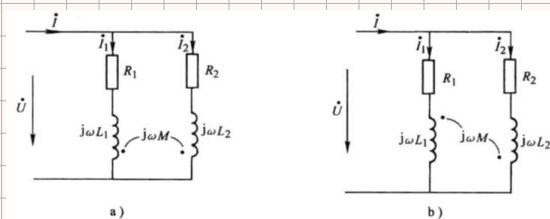
$$u_{21} = \frac{d\psi_{21}}{dt} = M \frac{di_1}{dt}$$

磁耦合线圈的一个对应端钮。同名端标记的方法为: 先在第一个线圈的任一端作一个标记, 令电流 i_1 流入该端口; 然后在另一线圈找出一个端点作标记, 使得当 i_2 电流流入该端点时, i_1 与 i_2 两个电流产生的磁通是互相加强的, 称这两个标记端为同名端。图 4-2-2 中的耦合线

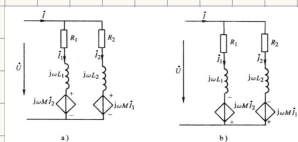
都从同名端流入 $u_{21} = M \frac{di_1}{dt}$ $u_{12} = M \frac{di_2}{dt}$

都从非同名端流入 $u_{12} = -M \frac{di_2}{dt}$ $u_{21} = -M \frac{di_1}{dt}$





支路间的耦合关系等效改用受控源形式



空心变压器是电子线路中常见的一种电磁耦合电路，图 4-2-10 是它的原理线路图。它由两个线圈组成，线圈 1 接信号源电压 $\dot{U}_s$ ，称为变压器的一次侧。线圈 2 接负载 $Z = R + jX$ ，称为变压器的二次侧。两线圈间以空气为磁介质相耦合。按照图示的参考方向，可写出

$$\dot{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2$$

$$0 = -j\omega M \dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2 + R + jX) \dot{I}_2$$

令 $R_{22} = R_2 + R$, $X_{22} = \omega L_2 + X$ ，则方程转化为

$$(R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 = \dot{U}_1$$

$$-j\omega M \dot{I}_1 + (R_{22} + jX_{22}) \dot{I}_2 = 0$$

由此可解得

$$\dot{I}_2 = \frac{j\omega M}{R_{22} + jX_{22}} \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{R_1 + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{R_{22} + jX_{22}}}$$

于是可得空心变压器一次侧的等效入端阻抗为

$$Z_1 = R_1 + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{R_{22} + jX_{22}} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} (R_{22} - jX_{22}) \quad (4-2-8)$$

空心变压器二次侧开路（空载情况）时，一次侧的入端阻抗为 $R_1 + j\omega L_1$ 。在二次侧接入负载后，从一次侧看相当于在原绕组中串联一额外阻抗

$$Z' = \frac{(\omega M)^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} (R_{22} - jX_{22})$$

Z' 表示空心变压器二次侧电路对一次侧电路的影响，称为从二次侧归算到一次侧的归算阻抗。

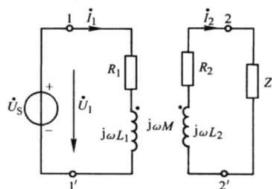


图 4-2-10

如果具有互感耦合的两个线圈有一端相连接，则这种具有互感的电路可用一个无互感耦合的等效电路来替代。图 4-2-13a 为同名端相连接的互感电路，可写出方程式为

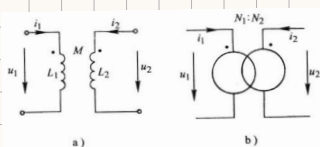
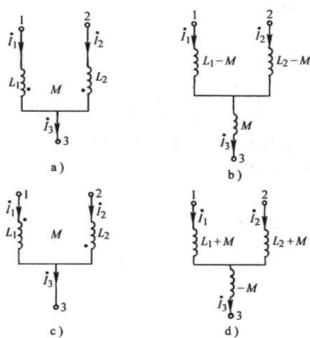
$$\dot{U}_{13} = \dot{I}_1 j\omega L_1 + \dot{I}_2 j\omega M$$

$$\dot{U}_{23} = \dot{I}_2 j\omega L_2 + \dot{I}_1 j\omega M$$

考虑到 $I_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ ，则上式可改写为

$$\begin{aligned}\dot{U}_{13} &= \dot{I}_1 j\omega L_1 + (\dot{I}_3 - \dot{I}_1) j\omega M \\ &= \dot{I}_1 (j\omega L_1 - j\omega M) + \dot{I}_3 j\omega M\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_{23} &= \dot{I}_2 j\omega L_2 + (\dot{I}_3 - \dot{I}_2) j\omega M \\ &= \dot{I}_2 (j\omega L_2 - j\omega M) + \dot{I}_3 j\omega M\end{aligned}$$



$$\begin{cases} u_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \\ u_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = N_1 j\omega \Phi \\ \dot{U}_2 = N_2 j\omega \Phi \end{cases}$$

↓

$$\text{同相} \Rightarrow \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

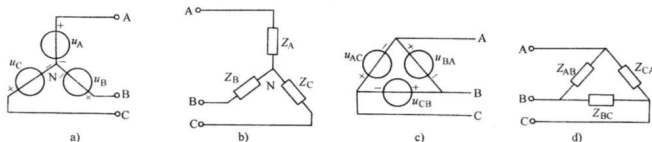
$$\Delta \varphi = 180^\circ \Rightarrow \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = -\frac{N_1}{N_2}$$

$$Z = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_L = n^2 Z_L$$

对称三相正弦交流电路

同, 相位不同

相电源与负载分别标以 A 相、B 相和 C 相加以区别。在 Y 联结方法中, 各相电源和负载的输出端称为各相的端点, 三相公共联结点称为中性点。在 Δ 联结方法中, 三相电源或负载分别首尾相连, 无中性点。由三相电源或三相负载连接而成的电路称为三相电路。



相线 (火线)

中性线

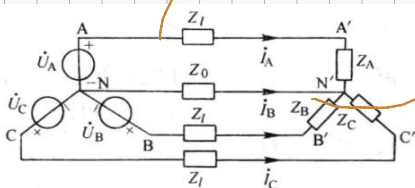
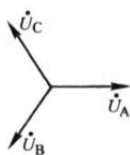
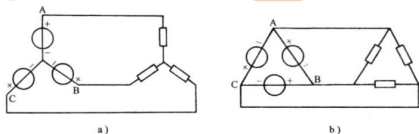
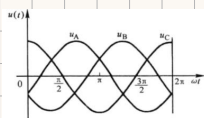


图 4-3-3 分别表示了 Y 联结电源与 Δ 联结负载, 以及 Δ 联结电源与 Δ 联结负载的连接方式。在这些连接方式中, 对于三相电源和三相负载, 不论是 Δ 联结还是 Y 联结, 规定通过每个电压源或每个负载阻抗的电流称为相电流, 每个电压源或负载阻抗两端的电压称为相电压。流过三根端线的电流称为线电流, 端线与端线之间的电压称为线电压。



$u_A + u_B + u_C = 0$, $\therefore$ 三角形闭合回路中不会产生环流



A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C $\rightarrow$ A 正/顺序

C $\rightarrow$ B $\rightarrow$ A $\rightarrow$ C 负/逆序

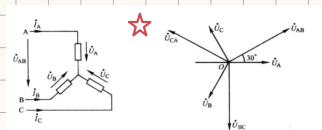
Y联结的对称三相负载

相电压

$$\dot{U}_A = U \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_B = \dot{U}_A \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_C = \dot{U}_B \angle -120^\circ = \dot{U}_A \angle -240^\circ$$



线电压

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = \dot{U}_A - \dot{U}_A \angle -120^\circ = \sqrt{3} \dot{U}_A \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C = \dot{U}_B - \dot{U}_B \angle -120^\circ = \sqrt{3} \dot{U}_B \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = \dot{U}_C - \dot{U}_C \angle -120^\circ = \sqrt{3} \dot{U}_C \angle 30^\circ$$

超前相电压 30°
1.5倍

相电流

$$i_A = \frac{\dot{U}_A}{Z}$$

$$i_B = \frac{\dot{U}_B}{Z} = i_A \angle -120^\circ$$

$$i_C = \frac{\dot{U}_C}{Z} = i_B \angle -120^\circ$$

= 线电流

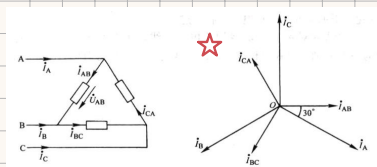
Δ联结的对称三相负载

相电压

$$\dot{U}_{AB} = U \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{AB} \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{BC} \angle -120^\circ$$



相电流

$$i_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z}$$

$$i_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = i_{AB} \angle -120^\circ$$

$$i_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z} = i_{BC} \angle -120^\circ$$

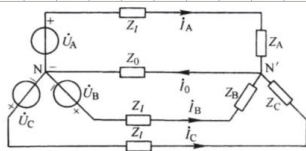
线电流

$$i_A = i_{AB} - i_{CA} = \sqrt{3} i_{AB} \angle -30^\circ$$

$$i_B = i_{BC} - i_{AB} = \sqrt{3} i_{BC} \angle -30^\circ$$

$$i_C = i_{CA} - i_{BC} = \sqrt{3} i_{CA} \angle -30^\circ$$

滞后相电流 30°



$$\dot{U}_{NN'} = \frac{\frac{\dot{U}_A}{Z+Z_1} + \frac{\dot{U}_B}{Z+Z_1} + \frac{\dot{U}_C}{Z+Z_1}}{\frac{1}{Z+Z_1} + \frac{1}{Z+Z_1} + \frac{1}{Z+Z_1} + \frac{1}{Z}} = \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{3 + \frac{Z_1+Z}{Z}} = 0$$

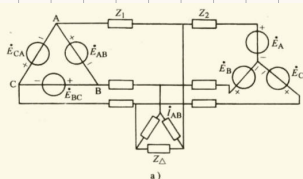
中性点等电位

$$\begin{aligned} i_A &= \frac{\dot{U}_A}{Z+Z_1} \\ i_B &= \frac{\dot{U}_B}{Z+Z_1} = i_A / -120^\circ \\ i_C &= \frac{\dot{U}_C}{Z+Z_1} = i_A / +120^\circ \end{aligned}$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

对称三相电路特点

- 1) Y联结中性点等电位，中性线 I 为 0，中性线阻抗不影响其它电压电流分布。
- 2) 各相计算具有独立性，在计算时，可任取一相电路，并把各中性点相连组成单相图。
- 3) 由相电压与相电流对称，知一相可写出其它两相
- 4) 对于 Δ 联结，可由 Δ -Y 转换后进行单相计算



$$\dot{E}'_A = \frac{\dot{E}_{AB}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 220 / -30^\circ \text{ V}$$

由 Δ 联结负载转换为 Y 联结后其等效阻抗为

$$Z_Y = \frac{1}{3} Z_\Delta$$

即

$$Z_Y = (30 + j20) \Omega$$

取 A 相电路，并把各中性点联结，则得到如图 4-3-8c 所示的单相图。设 N 为参考点，则列节点方程为

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AN} &= \frac{\dot{E}'_A / Z_1 + \dot{E}'_A / Z_2}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_Y}} = \frac{\frac{220 / -30^\circ}{j4} + \frac{220 / 0^\circ}{j3}}{\frac{1}{j4} + \frac{1}{j3} + \frac{1}{30 + j20}} \\ &= 207 / -15^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

则

$$\dot{I}_{AY} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_Y} = \frac{207 / -15^\circ}{30 + j20} \text{ A} = 5.75 / -48.7^\circ \text{ A}$$

此为 Y 联结的相电流，也为线电流值。则 Δ 联结的实际相电流为

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{I}_{AY}}{\sqrt{3}} = 3.32 / -18.7^\circ \text{ A}$$

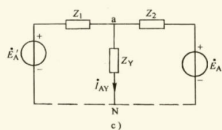
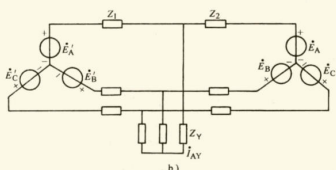
相电压为

$$\dot{U}_{AB} = \dot{I}_{AB} Z_\Delta = 359 / 15^\circ \text{ V}$$

由对称性可写出各相电压电流值为

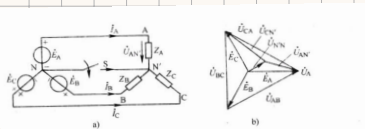
$$\dot{U}_{AB} = 359 / 15^\circ \text{ V}, \dot{U}_{BC} = 359 / -105^\circ \text{ V}, \dot{U}_{CA} = 359 / -225^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{AB} = 3.32 / -18.7^\circ \text{ A}, \dot{I}_{BC} = 3.32 / -138.7^\circ \text{ A}, \dot{I}_{CA} = 3.32 / -258.7^\circ \text{ A}$$



不对称三相电路的概念

不可用对称图计算



$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_A} \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{BN}}{Z_B} \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{CN}}{Z_C}$$

$$\text{一般 } \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C \neq 0$$

当中性线断开时（三相三线制供电），可求出中性点 N 和 N' 之间的电压为

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\frac{\dot{E}_A}{Z_A} + \frac{\dot{E}_B}{Z_B} + \frac{\dot{E}_C}{Z_C}}{\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C}}$$

“中性点位移”

中性点不是等电位

三相电路的功率及测量方法

对称三相电路中, $U_A = U_B = U_C = U_{ph}$, $I_A = I_B = I_C = I_{ph}$
 各项负载阻抗相同, $\therefore$ 各相相位差相等, $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi$
 $\therefore$ 对称三相负载的平均功率 $P = 3 U_{ph} I_{ph} \cos \varphi$

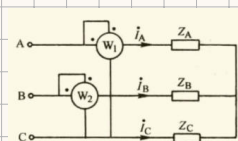
同样可以写出无功功率 $Q = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C$
 对于对称三相电路, 有 $Q = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi$

三相视在功率定义为 $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

对于对称三相电路, 则 $S = \sqrt{3} U_L I_L$

功率因数 $\cos \varphi' = \frac{P}{S}$ 对称 $\cos \varphi' = \cos \varphi$

瞬时功率 $p = 3 U_{ph} I_{ph} \cos \varphi$ 与平均功率相同



根据图中各功率表的连接可知, 表 W_1 和表 W_2 的测量

数分别为 $W_1 = \frac{1}{T} \int_0^T i_A u_{AC} dt$, $W_2 = \frac{1}{T} \int_0^T i_B u_{BC} dt$, 两功率表读数

图 4-5-1

之和为 $W_1 + W_2 = \frac{1}{T} \int_0^T (i_A u_{AC} + i_B u_{BC}) dt$ 。将负载视为 Y 联结, 则有 $i_A u_{AC} + i_B u_{BC} = i_A (u_A - u_C) + i_B (u_B - u_C) = i_A u_A + i_B u_B - (i_A + i_B) u_C$, 在三相三线制中有 $i_A + i_B + i_C = 0$

即

$$i_C = -(i_A + i_B)$$

其中一表可能会出现负值

因此两功率表读数之和可表示为

$$W_1 + W_2 = \frac{1}{T} \int_0^T (i_A u_A + i_B u_B + i_C u_C) dt = \frac{1}{T} \int_0^T (p_A + p_B + p_C) dt = P$$

代数和

三相四线不能用二功率表法, $\because i_A + i_B + i_C \neq 0$

对于对称三相四线, 可用一只表测单相功率, $\times 3 =$ 三相功率

对于不对称三相四线, 要用三只表分别测