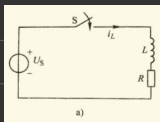


概述



$$KVL: L \frac{di(t)}{dt} + R i(t) = u_s(t)$$

激励 = 外界对电路的输入

响应: 电路在激励作用下产生

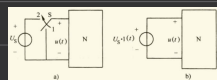
阶跃函数和冲激函数

单位阶跃函数

$$1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

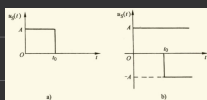


开关函数 $K \cdot 1(t)$



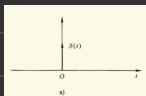
延时的单位阶跃函数 $1(t-t_0)$ 定义为 $1(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ 1 & t > t_0 \end{cases}$

利用阶跃函数和延时阶跃函数, 可以表示矩形脉冲函数 $u_s(t) = A \cdot 1(t) - A \cdot 1(t-t_0)$



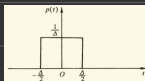
单位冲激函数

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$



先来看单位脉冲函数 $p(t)$

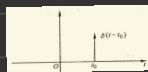
$$p(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & |t| < \frac{\Delta}{2} \\ 0 & |t| > \frac{\Delta}{2} \end{cases}$$



宽度 Δ , 高度 $\frac{1}{\Delta}$, 面积为 1

当 $\Delta \rightarrow 0$, 脉冲 $\rightarrow$ 单位冲激

延时的单位冲激函数 $\delta(t-t_0)$ 定义为 $\delta(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t \neq t_0 \\ \infty & t = t_0 \end{cases}$
 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) dt = 1$



冲激函数 $\delta(t)$ 的筛选性质:

因此

$$f(t) \cdot \delta(t) = f(0) \cdot \delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \delta(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(0) \cdot \delta(t) dt = f(0)$$

将冲激函数出现时刻的函数值通过积分运算筛选分离出来的性质

单位冲激函数是单位阶跃函数的导数, 即 $\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}$

单位阶跃函数是单位冲激函数的积分, 即 $\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} = 1(t)$

换路定则和初始条件

换路定则

电路的结构、参数突然改变或激励的突然变化

换路定则1: i_C 为有限值时, 电容上电荷 q_C 和电压 u_C 在换路瞬间保持连续

在电容上, 电荷 q_C 、电压 u_C 可表示为电流 i_C 的积分, 即

$$\left. \begin{aligned} q_C(t) &= q_C(t_0) + \int_{t_0}^t i_C(\xi) d\xi \\ u_C(t) &= u_C(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_C(\xi) d\xi \end{aligned} \right\}$$

令式中 $t_0 = 0_-$, $t = 0_+$, 则有

$$\left. \begin{aligned} q_C(0_+) &= q_C(0_-) + \int_{0_-}^{0_+} i_C(\xi) d\xi \\ u_C(0_+) &= u_C(0_-) + \frac{1}{C} \int_{0_-}^{0_+} i_C(\xi) d\xi \end{aligned} \right\}$$

当电容电流 i_C 为有限值时, 从 $0_- \rightarrow 0_+$, 积分项为零, 故有

$$\left. \begin{aligned} q_C(0_+) &= q_C(0_-) \\ u_C(0_+) &= u_C(0_-) \end{aligned} \right\}$$

换路定则2: u_L 为有限值时, 电感中的磁链 Ψ_L 和电流 i_L 在换路瞬间保持连续

在电感中, 磁链 Ψ_L 、电流 i_L 可表示为电压 u_L 的积分, 即

$$\left. \begin{aligned} \Psi_L(t) &= \Psi_L(t_0) + \int_{t_0}^t u_L(\xi) d\xi \\ i_L(t) &= i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u_L(\xi) d\xi \end{aligned} \right\}$$

令式中 $t_0 = 0_-$, $t = 0_+$, 则有

$$\left. \begin{aligned} \Psi_L(0_+) &= \Psi_L(0_-) + \int_{0_-}^{0_+} u_L(\xi) d\xi \\ i_L(0_+) &= i_L(0_-) + \frac{1}{L} \int_{0_-}^{0_+} u_L(\xi) d\xi \end{aligned} \right\}$$

当电感两端电压 u_L 为有限值时, 积分项为零, 故有

$$\left. \begin{aligned} \Psi_L(0_+) &= \Psi_L(0_-) \\ i_L(0_+) &= i_L(0_-) \end{aligned} \right\}$$

也可用电磁能量一般不能突变来说明

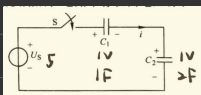
初始条件的确定

以电压为 $u_C(0_+)$ 的电压源替代电容, 电流为 $i_L(0_+)$ 的电流源替代电感, 从而得 $t = 0_+$ 时刻的等效的电阻电路

换路前后, 瞬间 u_C 和 i_L 连续, 但它们的导数不连续

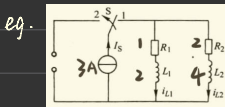
若换路后, 电路中存在由电压源、电容组成的回路或纯电容回路时, 换路定则不再适用, 各电容电压可能会跳变, 此时电容电流不再是有限值。

eg.



$$C_2 u_{C2}(0_+) - C_1 u_{C1}(0_+) = C_2 u_{C2}(0_-) - C_1 u_{C1}(0_-) \quad \text{电荷守恒}$$

若换路后, 电路中存在由电流源和电感组成的割集或纯电感割集时, 换路定理不再适用, 各电感电流可能要发生跳变, 此时电感电压不再是有限值。



$$L_2 i_{L_2}(0_+) - L_1 i_{L_1}(0_+) = L_2 i_{L_2}(0_-) - L_1 i_{L_1}(0_-) \quad \text{磁链守恒}$$

小结

① 通常情况下, $u_C(0_+) = u_C(0_-)$, $i_L(0_+) = i_L(0_-)$

② 电压源与电容组成回路或纯电容回路, 电流源与电感组成的割集或纯电感割集, u_C 和 i_L 发生强迫突变

③ 强迫跳变时, 节点上电荷守恒, 即 $\sum_{\text{节点}} q(0_+) = \sum_{\text{节点}} q(0_-)$ 或 $\sum_{\text{节点}} C u_C(0_+) = \sum_{\text{节点}} C u_C(0_-)$
(节点连接电容正负极时, 电荷取正)

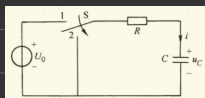
回路中磁链守恒, 即 $\sum \psi(0_+) = \sum \psi(0_-)$ 或 $\sum L i_L(0_+) = \sum L i_L(0_-)$

(电感电流方向与回路方向一致时, 磁链取正)

一阶电路的零输入响应

仅含一个独立储能元件 无激励, 仅由储能元件的初始储能引起的响应

RC电路的零输入响应 可做成简易延时电路



$$u_C(0_-) = U_0$$

S切换至2后, 由KVL得 $Ri + u_C = 0 \quad \leftarrow i = C \frac{du_C}{dt}$

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad \text{一阶齐次微分方程}$$

$$\text{特征方程 } RCs + 1 = 0$$

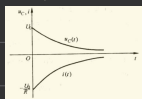
$$s = -\frac{1}{RC}$$

$$\therefore u_C(t) = A e^{st} = A e^{-\frac{t}{RC}}$$

由 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0$, 得 $u_C(0_+) = A = U_0$

$$\therefore u_C(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

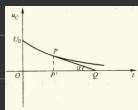
$$i(t) = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$



表示实际的电容放电电流方向与假设参考方向相反

令 $\tau = RC$, 具时间的量纲, τ 越大, 过渡过程维持时间越长, 进行得越慢
+ 经过 $3\tau \sim 5\tau$ 后, 通常认为过渡过程基本结束

● 时间常数 τ 的图解法



$$P'Q = \frac{PP'}{\tan \alpha} = \frac{u_c}{-\frac{du_c}{dt}} = \frac{u_c e^{-\frac{t}{\tau}}}{\frac{1}{\tau} u_c e^{-\frac{t}{\tau}}} = \tau$$

τ 的大小取决于电路结构和参数, 而与激励无关。RC 串联电路的 $\tau = RC$

当 R - 定、 C 愈大, 则 C 上储存的初始能量 $\frac{1}{2}CU_0^2$ 越大, 放电时间愈长;

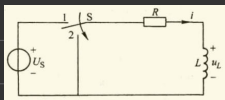
当 C - 定、 R 愈大, 则放电电流愈小, 放电时间愈长

整个过渡过程中, 电阻消耗总能量为 $\int_0^{\infty} R i^2 dt = \int_0^{\infty} R \left(1 - \frac{u_c}{R} e^{-\frac{t}{RC}}\right)^2 dt = \frac{U_0^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2t}{RC}} dt = \frac{1}{2} CU_0^2$

● 时间常数 τ 的等效法计算

去掉独立电源 | 电压源短路、电流源开路

RL电路的零输入响应



$$i(0_-) = \frac{U_s}{R}$$

S 切换至 2 后, 由 KVL 得 $L \frac{di}{dt} + Ri = 0$

特征方程 $sL + R = 0$ 一阶齐次

$$s = -\frac{R}{L}$$

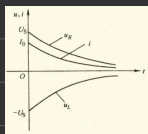
$$i = A e^{st} = A e^{-\frac{R}{L}t}$$

由换路定理 $i(0_+) = i(0_-) = \frac{U_s}{R} = I_0 = A$

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U_s}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_R(t) = Ri(t) = U_s e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = -U_s e^{-\frac{R}{L}t}$$



令 $\tau = \frac{L}{R}$, 同样是具有时间的量纲。

过渡过程进展的快慢。在 RL 电路中, 时间常数 τ 与 L 成正比, 与 R 成反比。当 R 一定时, L 愈大, 电感中储存的初始能量愈大, 放电时间愈长; 当 L 一定时, R 越大, 电阻 R 消耗的功率 Ri^2 愈大, 磁场的能量转化为热能的速率愈大, 放电时间愈短, 时间常数愈小。

整个过渡过程中, 电阻消耗总能量为 $\int_0^{\infty} Ri^2 dt = \int_0^{\infty} R (I_0 e^{-\frac{R}{L}t})^2 dt = \frac{1}{2} L I_0^2$

从 RC 和 RL 电路的零输入响应可以看出, 零输入响应的大小与其对应的初始值成正比。

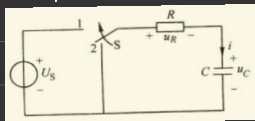
如 $i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U_s}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ $u_L(t) = U_s e^{-\frac{R}{L}t}$

一阶电路的零状态响应

储能元件无初始储能，外加激励在电路中产生的响应

直流激励下的零状态响应

RC 串联电路



$$S \rightarrow 1 \quad RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U_S$$

特解 $u_{Cp}(t) = U_S$

齐次通解 $u_{Ch}(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} = A e^{-\frac{t}{RC}}$

全解 $u_C(t) = u_{Cp}(t) + u_{Ch}(t) = U_S + A e^{-\frac{t}{\tau}}$

根据换路定则 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$

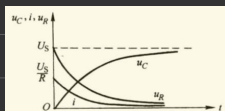
$$\therefore u_C(0_+) = U_S + A$$

$$\therefore A = -U_S$$

最终求得 $u_C(t) = U_S (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U_S}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_R(t) = R i(t) = U_S e^{-\frac{t}{\tau}}$$

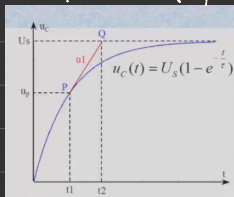


相当于电压源对电容充电

(a) $u_C(t) = U_S (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ 与激励成正比

(b) 充电过程中耗能 $\begin{cases} W_R = \int_0^{\infty} i_C^2(t) R dt = \frac{1}{2} C U_S^2 \\ W_C = \frac{1}{2} C U_S^2 \end{cases}$ 充电过程中有一半能量消耗在电阻

时间常数 τ 的图解法



$$u_1 = k(t - t_1) + u_P$$

$$k = \left. \frac{du_C}{dt} \right|_P = \left[\frac{d}{dt} U_S (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \right]_{t=t_1} = \frac{U_S}{\tau} e^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

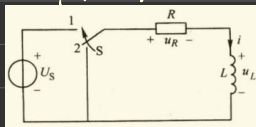
$$u_P = U_S (1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}})$$

$$u_1 = \frac{U_S}{\tau} e^{-\frac{t_1}{\tau}} (t - t_1) + U_S (1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}})$$

$$u_1(t_2) = U_S = \frac{U_S}{\tau} e^{-\frac{t_1}{\tau}} (t_2 - t_1) + U_S (1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}) \Rightarrow \tau = t_2 - t_1$$

注意：换路前后的 τ 可能不一样

RL 串联电路



$$S \rightarrow 1 \quad L \frac{di}{dt} + Ri = U_S$$

$$\text{特解 } i(\infty) = \frac{U_S}{R} = i_p(t)$$

$$\text{通解 } i_h(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{全解 } i(t) = i_p(t) + i_h(t) = \frac{U_S}{R} + A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

根据换路定则 $i(0_+) = i(0_-) = 0$

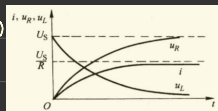
$$i(0_+) = \frac{U_S}{R} + A$$

$$\therefore A = -\frac{U_S}{R}$$

$$\therefore i(t) = \frac{U_S}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{U_S}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

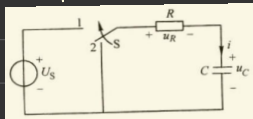
$$u_R(t) = R i(t) = U_S (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = U_S e^{-\frac{R}{L}t}$$



正弦交流激励下的零状态响应

RC 串联电路 (以 $u_S(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \psi_u)$ 为例)



$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = u_S(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$u_C(t) = \underbrace{u_{Cp}(t)}_{\text{稳态分量}} + \underbrace{u_{Ch}(t)}_{\text{暂态分量}}$$

稳态分量 暂态分量

稳态分量可利用相量计算

$$\begin{aligned} \dot{I} \left(R - j \frac{1}{\omega C} \right) &= \dot{U} \\ \dot{I} &= \frac{\dot{U}}{R - j \frac{1}{\omega C}} = \frac{U / \psi_u}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2} \angle \psi} = \frac{U}{z} / \psi_u - \varphi \\ \text{式中} \quad \varphi &= \arctan \left(-\frac{1}{\omega CR} \right) \quad z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2} \\ \dot{U}_{Cp} &= \dot{I} \left(-j \frac{1}{\omega C} \right) = \frac{U}{\omega C} \angle \psi_u - \varphi - 90^\circ \\ u_{Cp}(t) &= \frac{\sqrt{2}U}{\omega C} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi - 90^\circ) \end{aligned}$$

暂态分量仍为 $A e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\therefore \text{全解为 } u_C(t) = \frac{\sqrt{2}U}{\omega C} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi - 90^\circ) + A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

根据换路定则 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$

$$\therefore u_C(0_+) = \frac{\sqrt{2}U}{\omega C} \sin(\psi_u - \varphi - 90^\circ) + A = 0$$

$$\text{确定积分常数 } A = -\frac{\sqrt{2}U}{\omega C} \sin(\psi_u - \varphi - 90^\circ)$$

最终得到

$$u_C(t) = \frac{\sqrt{2}U}{z\omega C} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi - 90^\circ) - \frac{\sqrt{2}U}{z\omega C} \sin(\psi_u - \varphi - 90^\circ) e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt} = \frac{\sqrt{2}U}{z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + \frac{\sqrt{2}U}{z\omega CR} \sin(\psi_u - \varphi - 90^\circ) e^{-\frac{t}{RC}}$$

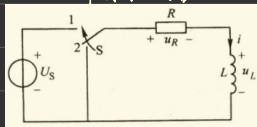
$$u_R(t) = Ri(t) = \frac{\sqrt{2}RU}{z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + \frac{\sqrt{2}U}{z\omega C} \sin(\psi_u - \varphi - 90^\circ) e^{-\frac{t}{RC}}$$

当 $\psi_u = \varphi$ 或 $\psi_u = \varphi + 180^\circ$, 电压暂态分量 $\max$

电容过渡电压 $\max$ 不会超过稳态电压幅值 $\frac{\sqrt{2}U}{z\omega C}$ 的两倍.

过渡电流 $\max$ 在某些情况下将大大超过稳态电流的幅值 $\frac{\sqrt{2}U}{z}$

● RL 串联电路



$$L \frac{di}{dt} + Ri = U_s(t) = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \psi_u)$$

初始条件 $i(0_-) = 0$

全解 $i(t) = i_p(t) + i_h(t)$

特解用相量求解

$$\begin{aligned} \dot{I}_s(R + j\omega L) &= \dot{U} \\ \dot{I}_s &= \frac{\dot{U}}{R + j\omega L} = \frac{\frac{U}{\sqrt{2}} \angle \psi_u}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \angle \varphi} = \frac{U}{z} \angle \psi_u - \varphi \end{aligned}$$

式中

$$z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \varphi = \arctan \frac{\omega L}{R}$$

$$i_p(t) = \frac{\sqrt{2}U}{z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$$

暂态电流

$$i_h(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{于是 } i(t) = \frac{\sqrt{2}U}{z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

根据换路定则 $i(0_+) = i(0_-) = 0$

$$i(0_+) = \frac{\sqrt{2}U}{z} \sin(\psi_u - \varphi) + A$$

$$\therefore A = -\frac{\sqrt{2}U}{z} \sin(\psi_u - \varphi)$$

最终得到

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{\sqrt{2}U}{z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - \frac{\sqrt{2}U}{z} \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \\ u_L(t) &= L \frac{di}{dt} = \frac{\sqrt{2}U}{z} \omega L \sin(\omega t + \psi_u - \varphi + 90^\circ) + \frac{\sqrt{2}U}{z} R \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \\ u_R(t) &= \frac{\sqrt{2}U}{z} R \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - \frac{\sqrt{2}U}{z} R \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

两种极端情况:

(1) 换路时, 恰好 $\psi_u = \varphi$, 则无暂态分量, 即没有发生过渡过程, 从初始状态直接进入稳定状态。

(2) 换路时, $\psi_u = \varphi \pm 90^\circ$

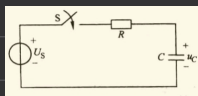
$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{\sqrt{2}U}{z} \sin(\omega t \pm 90^\circ) \mp \frac{\sqrt{2}U}{z} e^{-\frac{t}{\tau}} \\ u_L(t) &= \mp \frac{\sqrt{2}U}{z} \omega L \sin \omega t \pm \frac{\sqrt{2}U}{z} R e^{-\frac{t}{\tau}} \\ u_R(t) &= \frac{\sqrt{2}U}{z} R \sin(\omega t + 90^\circ) \mp \frac{\sqrt{2}U}{z} R e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

暂态分量系数 max

零状态线性: 激励扩大 k 倍, 各零状态响应也随之扩大 k 倍

- 一阶电路的全响应和三要素法

外加激励和非零状态的储能元件



$$U_C(0_-) = U_0$$

$$KVL: RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U_s$$

$$u_C(t) = u_{Cp}(t) + u_{Ch}(t) = U_s + A e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\text{根据换路定则 } u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0$$

$$\therefore u_C(0_+) = U_s + A$$

$$\therefore A = U_0 - U_s$$

$$\text{最终得到全响应 } u_C(t) = U_s + (U_0 - U_s) e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$= \underbrace{U_0 e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{零输入响应}} + \underbrace{U_s (1 - e^{-\frac{t}{RC}})}_{\text{零状态响应}}$$

零输入响应 零状态响应

全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

用经典法求解

一阶线性常系数微分方程全解即一阶电路的全响应, 记为 $f(t)$, 有

$$f(t) = \underbrace{f_p(t)}_{\text{特}} + \underbrace{f_h(t)}_{\text{通 (指数形式 } A e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

$$\text{则 } f(t) = f_p(t) + A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$t=0_+, f(0_+) = f_p(0_+) + A$$

$$A = f(0_+) - f_p(0_+)$$

$$\text{于是, } f(t) = \underbrace{f_p(t)}_{\text{特解}} + \underbrace{[f(0_+) - f_p(0_+)] e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{三要素公式}}$$

特解 换路瞬间初值

$$\tau = R_{eq} C / \frac{1}{R_{eq}}$$

强制分量 (当激励是直流或正弦交流电源时, 即稳态分量)

$$\text{则 } f_p(t) = f(\infty)$$

激励 $e(t)$ 的形式	响应 $f(t)$ 的形式
1. a (常量)	A (常数)
2. $a t^n$	$B_0 t^n + B_1 t^{n-1} + \dots + B_n$
3. $a e^{kt}$	$C e^{kt}$
4. $a \sin \omega t$	$C \sin \omega t + D \cos \omega t$
5. $a \cos \omega t$	
6. $a t^n e^{kt} \sin \omega t$	
7. $a t^n e^{kt} \cos \omega t$	$(F_0 t^n + F_1 t^{n-1} + \dots + F_n) e^{kt} \sin \omega t +$ $(G_0 t^n + G_1 t^{n-1} + \dots + G_n) e^{kt} \cos \omega t$

二阶电路零输入响应

过阻尼情况 $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

两个不等负实根 s_1, s_2 , 通解 $u_C(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$ 非周期衰减

临界阻尼情况 $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

重根 (负实根) $s_1 = s_2 = -\alpha = -\frac{R}{2L}$ 通解 $u_C(t) = (A_1 + A_2 t) e^{-\alpha t}$ 非周期非振荡

欠阻尼情况 $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

两实部为负的共轭复根 $s_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_d$ ($\alpha = \frac{R}{2L}$ $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$)

通解 $u_C(t) = A e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t + \theta)$ 周期性振荡 (阻尼振荡/衰减振荡)

$R = 0$ 时, 等幅振荡/无阻尼振荡

二阶电路的零状态响应

特解 $\Leftrightarrow$ 稳态解 通解 $\Leftrightarrow$ 暂态解

二阶电路的全响应

全响应 = 零输入 + 零状态 = 强制分量 + 自由分量

非正弦电路分析

有效值 $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$ $U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}$

非正弦周期电流 $I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}$ $U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots}$ $P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k$

平均功率 = 各谐波信号平均功率之和

计算各频率谐波分量激励下的电路响应，需注意电路的阻抗特性随频率变化

不同频率分量的相加是无意义的，因此不能进行相量叠加

对称三相电路中的高次谐波

$U_A = U(t)$ $U_B = U(t - \frac{T}{3})$ $U_C = U(t - \frac{2T}{3})$

基波、7次谐波 相位差 $\frac{2\pi}{3}$ $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 正序 $(6k+1)$

5次谐波 相位差 $\frac{2\pi}{3}$ $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 负序 $(6k-1)$

3次谐波 相位相等 零序 $(6k+3)$

Y-Y 无中线

正序和负序，线电压有效值 = $\sqrt{3}$ 倍相电压

零序，因幅值、相位相等，线电压中不包含这些分量

$U_{ph} = \sqrt{U_{ph1}^2 + U_{ph3}^2 + U_{ph5}^2 + \dots}$

$U_L = \sqrt{U_{L1}^2 + U_{L3}^2 + U_{L5}^2 + \dots} = \sqrt{3} \times \sqrt{U_{ph1}^2 + U_{ph3}^2 + U_{ph5}^2 + \dots}$

} 存疑

Y-Y 有中线

正序 类似基波分量

负序 中性点电压为0 单相图计算 注意相序为 $A \rightarrow C \rightarrow B$ (C滞后A $\frac{2\pi}{3}$, B滞后A $\frac{\pi}{3}$)

零序 中性点电压不为0 三相的电压电流完全相同，中线电流 = $3 \times$ 相电流